

ロボットの科学技術 (遠隔配信版)

作業空間上の位置姿勢からロボットの関節角を求める：逆運動学

担当：三上貞芳

研究棟607室, s_mikami@fun.ac.jp

授業サイト<http://hope.c.fun.ac.jp/>

逆運動学

(Inverse kinematics)

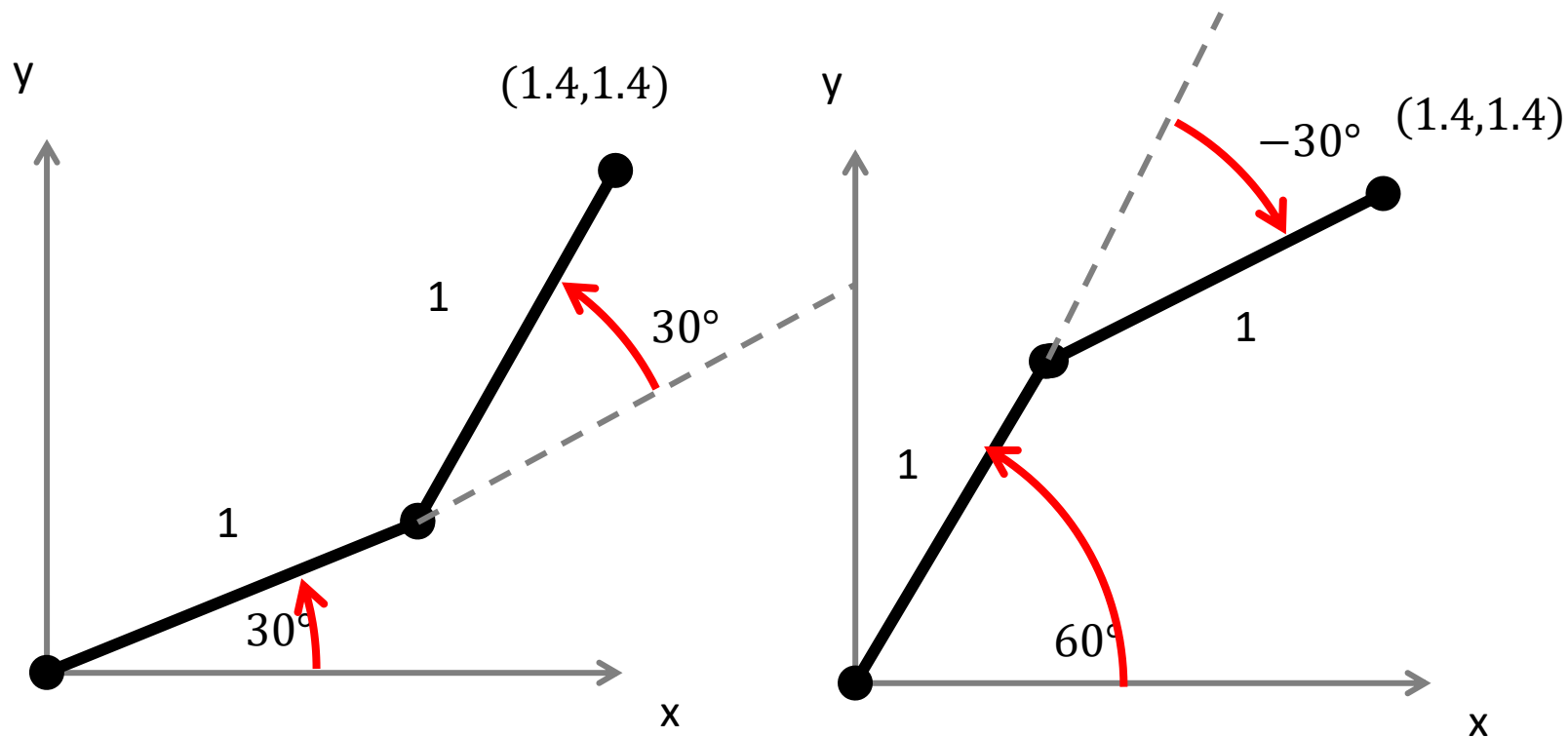
ハンドの位置と姿勢（作業空間）から、関節角度（関節空間）を求める

ロボットの操作用など

図 2.58 マニピュレータを動かすのには難しい計算が必要に



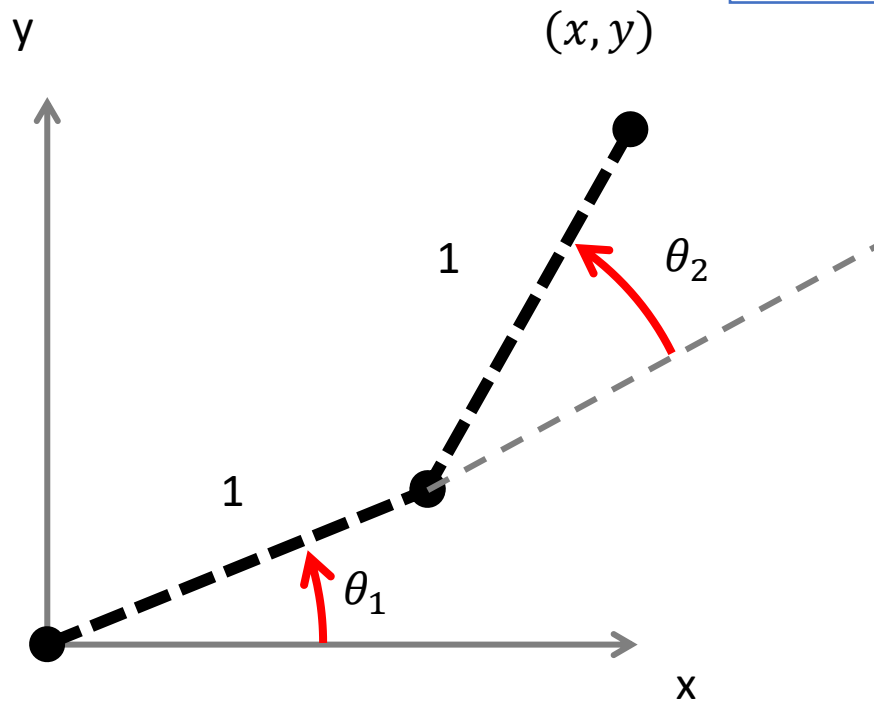
同じ手先位置に対して，取り得る関節角
の答えが複数ある



逆運動学の計算例：まず θ_2

手先位置 \rightarrow 関節角度

$$x = \cos(\theta_1) + \cos(\theta_1 + \theta_2)$$
$$y = \sin(\theta_1) + \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

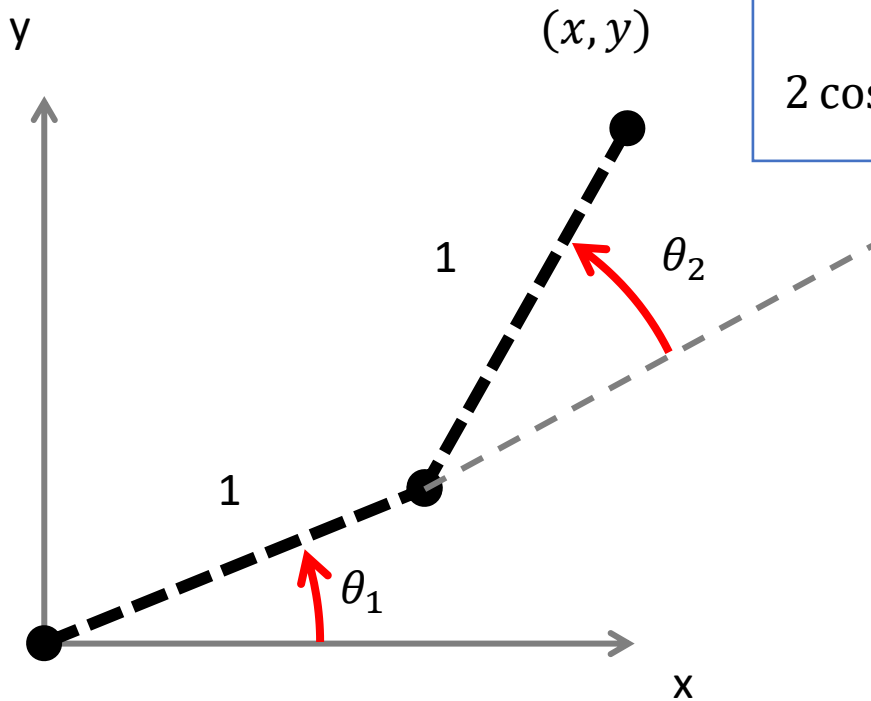


逆運動学の計算例：まず θ_2

手先位置 \rightarrow 関節角度

$$\begin{aligned}x &= \cos(\theta_1) + \cos(\theta_1 + \theta_2) \\y &= \sin(\theta_1) + \sin(\theta_1 + \theta_2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= 2 + \\ &2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_1 + \theta_2) + 2 \sin(\theta_1) \sin(\theta_1 + \theta_2)\end{aligned}$$

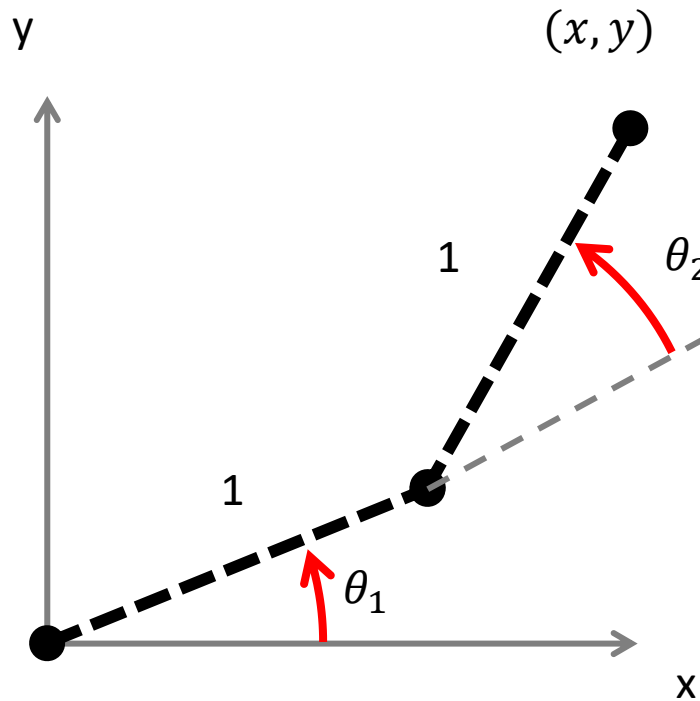


逆運動学の計算例：まず θ_2

手先位置 \rightarrow 関節角度

$$\begin{aligned}x &= \cos(\theta_1) + \cos(\theta_1 + \theta_2) \\y &= \sin(\theta_1) + \sin(\theta_1 + \theta_2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= 2 + \\ &2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_1 + \theta_2) + 2 \sin(\theta_1) \sin(\theta_1 + \theta_2)\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\cos(a - b) &= \\ &\cos(a) \cos(b) + \sin(a) \sin(b)\end{aligned}$$

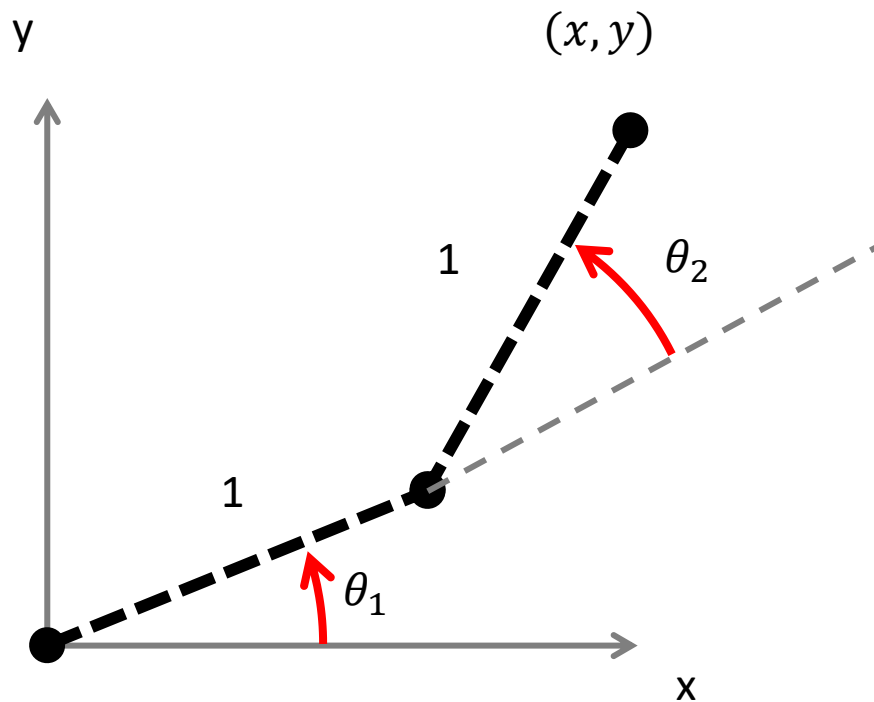
を利用して

逆運動学の計算例：まず θ_2

手先位置 \rightarrow 関節角度

$$\begin{aligned}x &= \cos(\theta_1) + \cos(\theta_1 + \theta_2) \\y &= \sin(\theta_1) + \sin(\theta_1 + \theta_2)\end{aligned}$$

$$x^2 + y^2 = 2 + 2 \cos(\theta_2)$$



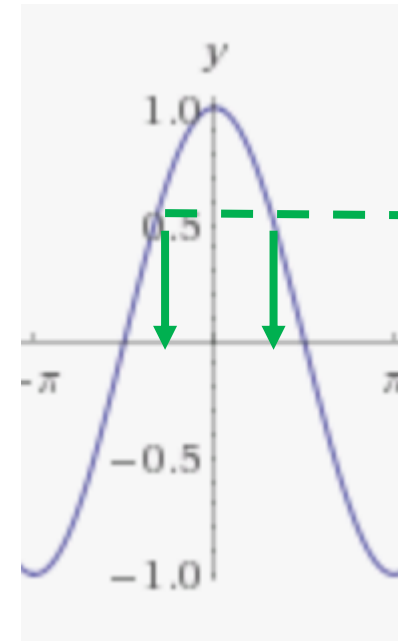
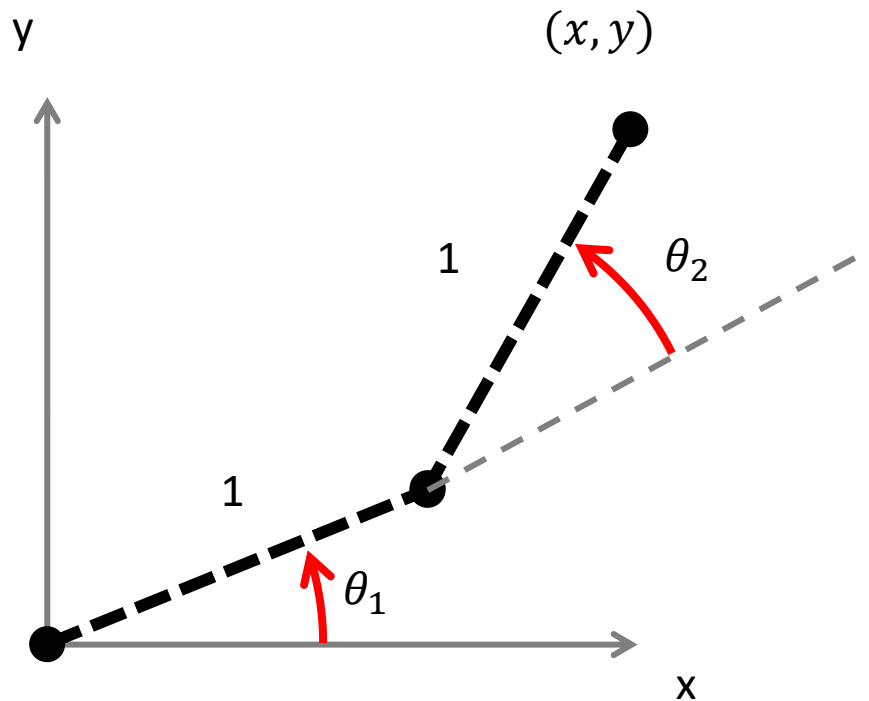
逆運動学の計算例：まず θ_2

手先位置 \rightarrow 関節角度

$$\begin{aligned}x &= \cos(\theta_1) + \cos(\theta_1 + \theta_2) \\y &= \sin(\theta_1) + \sin(\theta_1 + \theta_2)\end{aligned}$$

$$\cos(\theta_2) = \frac{x^2 + y^2}{2} - 1$$

$$\theta_2 = \cos^{-1}\left(\frac{x^2 + y^2}{2} - 1\right)$$



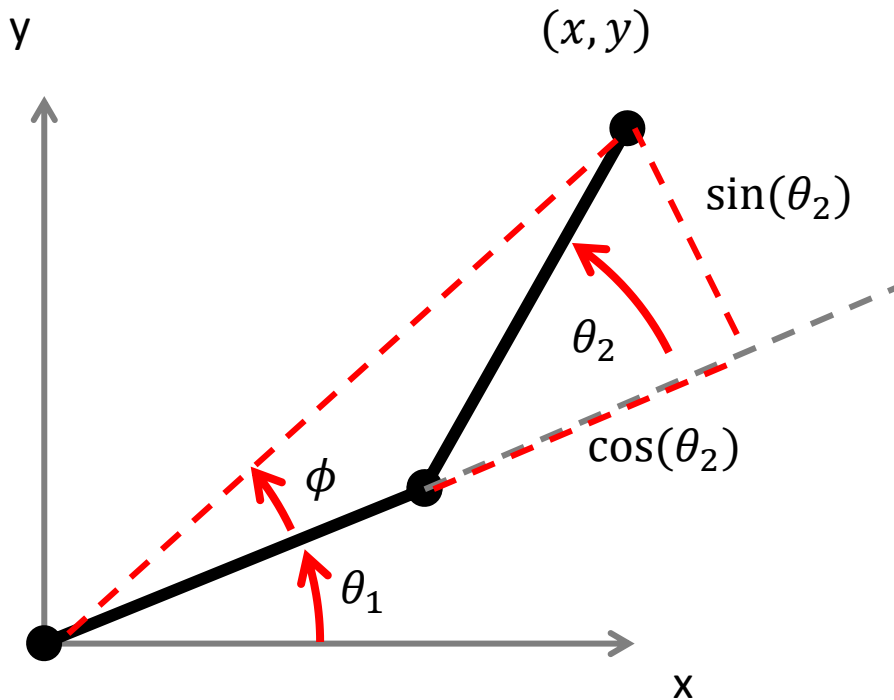
θ_2 の解は
2つある

逆運動学の計算例：つぎに θ_1

手先位置 \rightarrow 関節角度

$$\begin{aligned}x &= \cos(\theta_1) + \cos(\theta_1 + \theta_2) \\y &= \sin(\theta_1) + \sin(\theta_1 + \theta_2)\end{aligned}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\sin(\theta_2)}{1 + \cos(\theta_2)}\right)$$



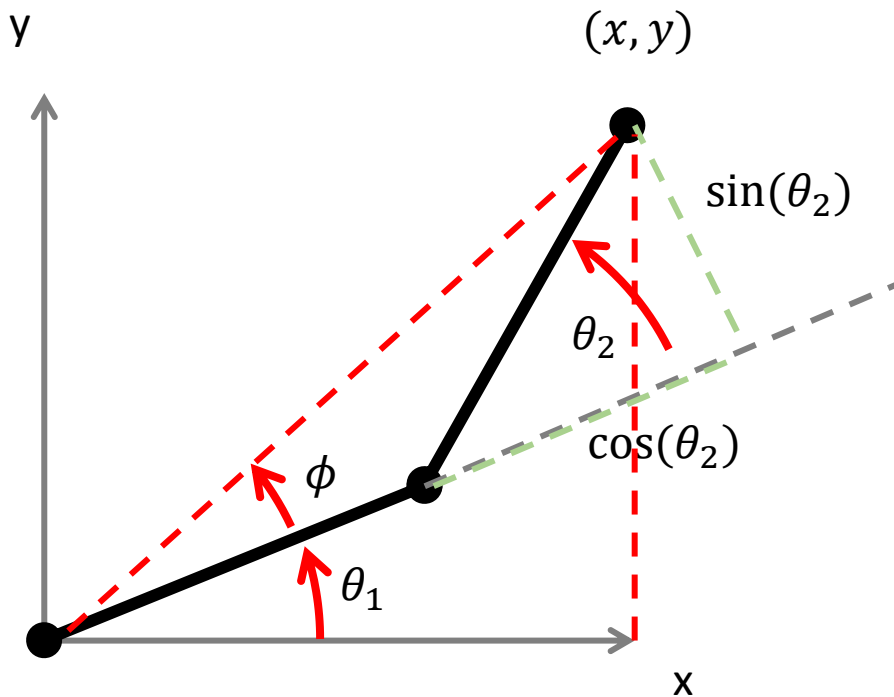
逆運動学の計算例：つぎに θ_1

手先位置 \rightarrow 関節角度

$$\begin{aligned}x &= \cos(\theta_1) + \cos(\theta_1 + \theta_2) \\y &= \sin(\theta_1) + \sin(\theta_1 + \theta_2)\end{aligned}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\sin(\theta_2)}{1 + \cos(\theta_2)}\right)$$

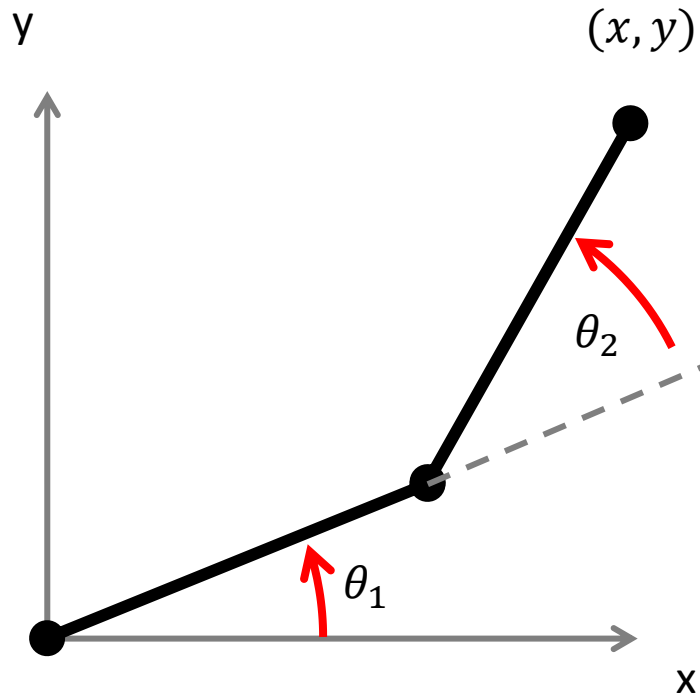
$$\phi + \theta_1 = \tan^{-1}\frac{y}{x}$$



逆運動学の計算例：つぎに θ_1

手先位置 \rightarrow 関節角度

$$\begin{aligned}x &= \cos(\theta_1) + \cos(\theta_1 + \theta_2) \\y &= \sin(\theta_1) + \sin(\theta_1 + \theta_2)\end{aligned}$$



$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{y}{x} - \tan^{-1} \left(\frac{\sin(\theta_2)}{1 + \cos(\theta_2)} \right)$$

これも2つの解がある

同じ手先位置に対して，取り得る関節角の答えが複数ある理由は以上の通り

