ロボットの科学技術（遠隔配信版）

マニピュレータの速度を制御する

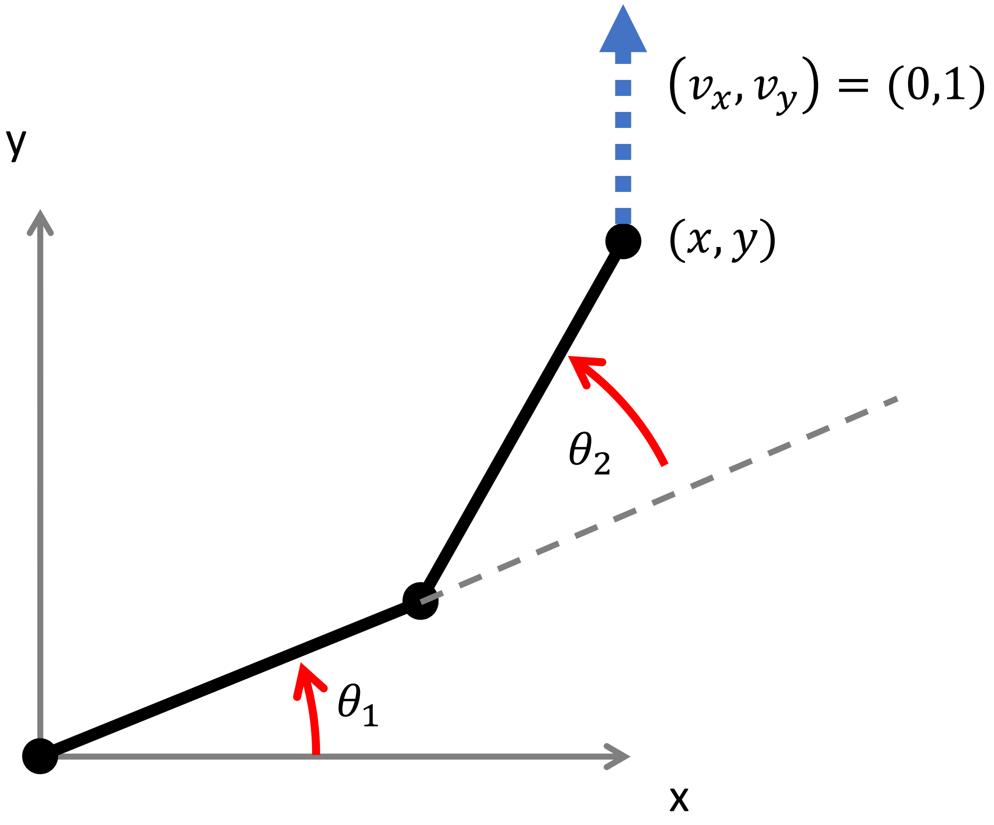
担当：三上貞芳
研究棟607室， s_mikami@fun.ac.jp

授業サイトhttp://hope.c.fun.ac.jp/

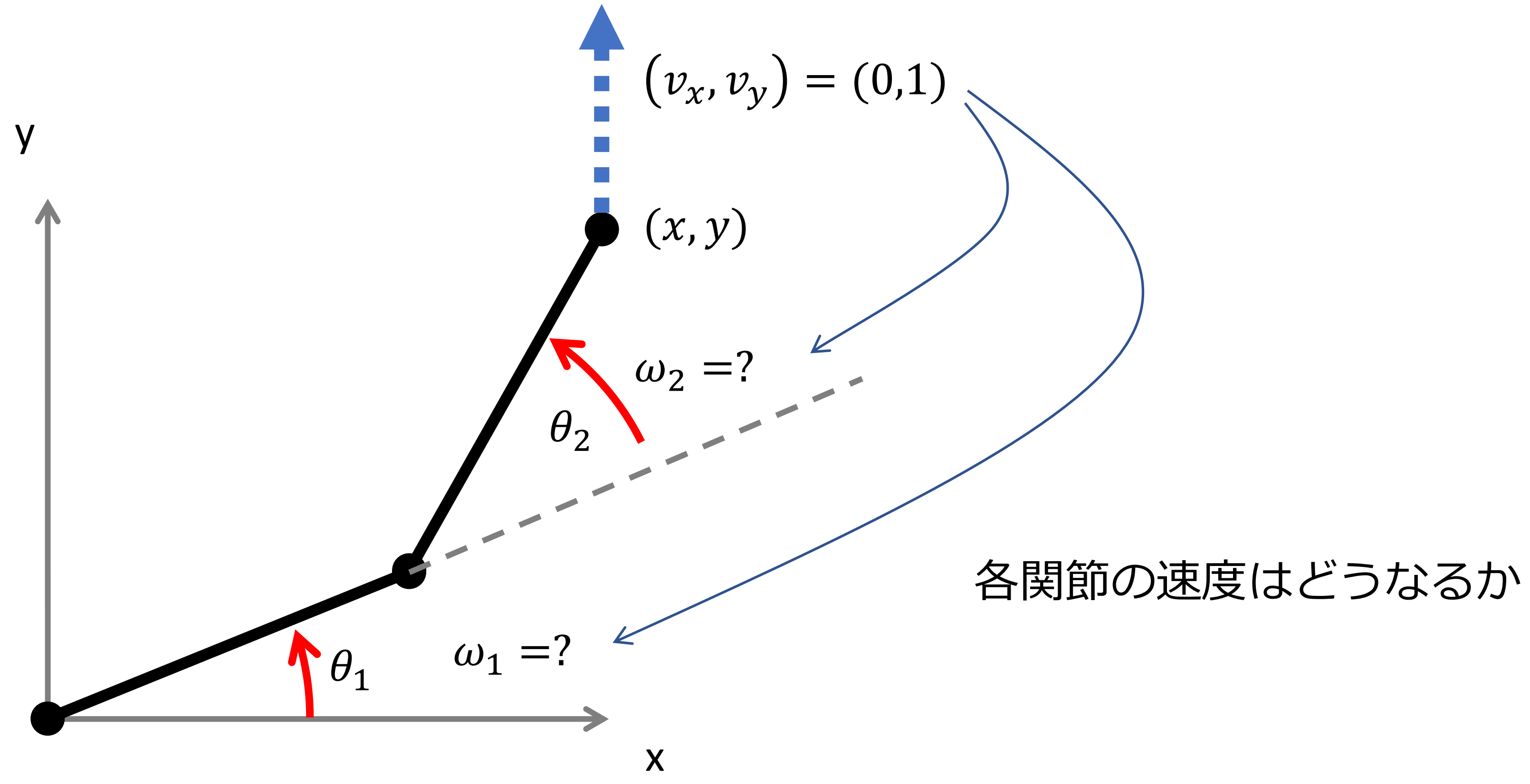
ロボットアームに何をさせたいのか

- 溶接作業，ピックアンドプレース
  - ハンドの位置姿勢を目的のところに持ってゆく
    - 位置制御
- 均等な速度で塗装する
  - ハンドの速度(ベクトル)を指定した値に保つ
    - 速度制御
- ドアの開閉，協調搬送，ロボットの脚
  - ハンドにかかる力(ベクトル)を指定した値に保つ
    - 力制御・コンプライアンス制御

ロボットの先端をある速度で動かしたい



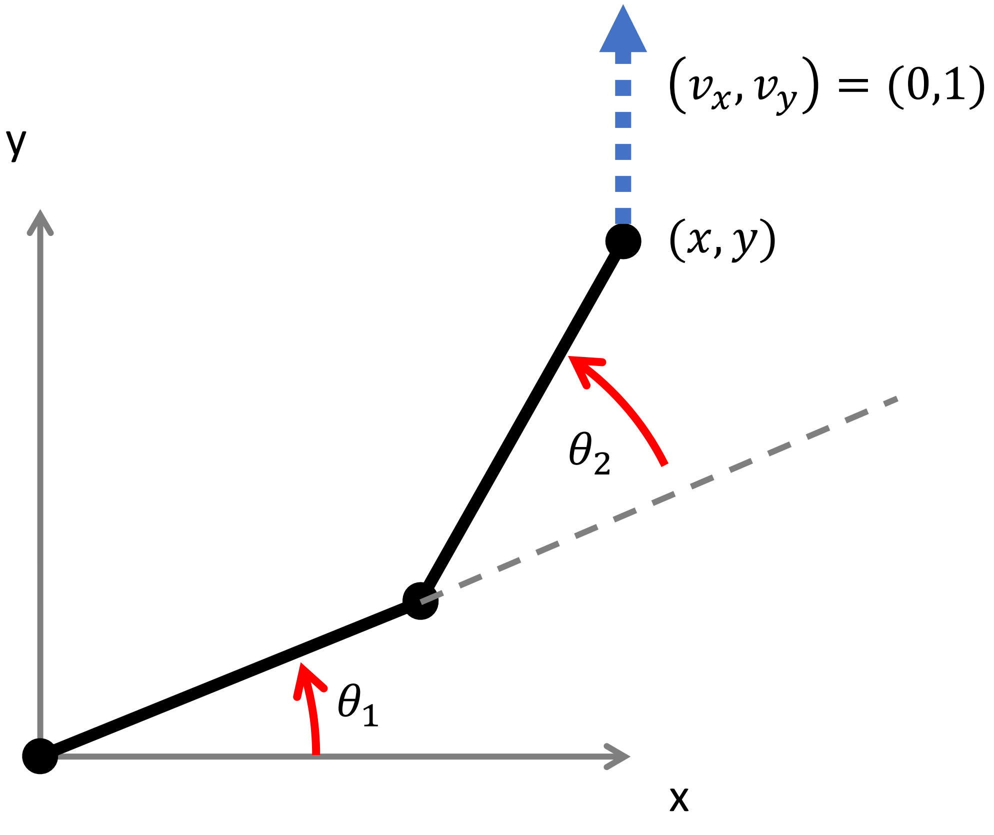
ロボットの先端をある速度で動かしたい



運動学では

手先位置 → 関節角度

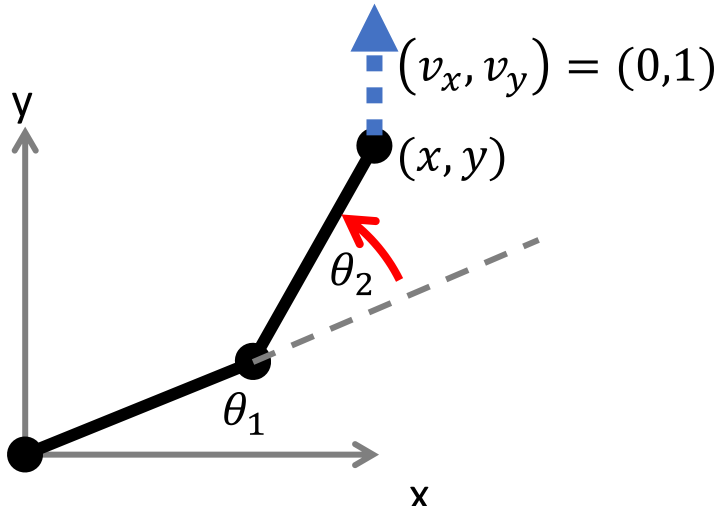
$$x = \cos(\theta_1) + \cos(\theta_1 + \theta_2) = f_x(\theta_1, \theta_2)$$
$$y = \sin(\theta_1) + \sin(\theta_1 + \theta_2) = f_y(\theta_1, \theta_2)$$



前回の話を思い出すと

リンクにモータがついていて，
時刻 t で $\theta_1(t), \theta_2(t)$の角度

ハンドはリンクで動かされるので，位置は
$x = f_x(\theta_1, \theta_2), y = f_y(\theta_1, \theta_2)$
になる



ハンドの速度は？
速度は位置を時間で微分したもの

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{df_x(\theta_1, \theta_2)}{dt} \\ \dfrac{df_y(\theta_1, \theta_2)}{dt} \end{bmatrix}$$

角速度は，角度を時間で微分したもの

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{d\theta_1}{dt} \\ \dfrac{d\theta_2}{dt} \end{bmatrix}$$

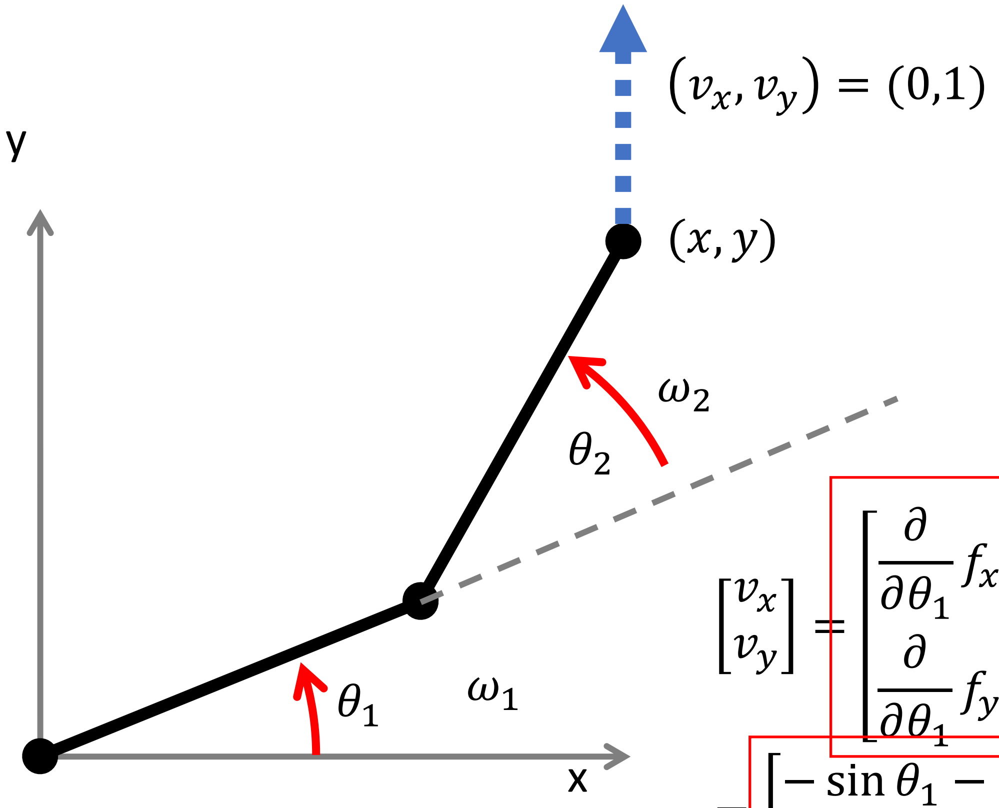
したがって，

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \boxed{\frac{df(\theta)}{d\theta}} \begin{bmatrix} \dfrac{d\theta_1}{dt} \\ \dfrac{d\theta_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial}{\partial\theta_1} f_x & \dfrac{\partial}{\partial\theta_2} f_x \\ \dfrac{\partial}{\partial\theta_1} f_y & \dfrac{\partial}{\partial\theta_2} f_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}$$

ヤコビ行列 ※重要

手先位置 → 関節角度

$$x = \cos(\theta_1) + \cos(\theta_1 + \theta_2) = f_x(\theta_1, \theta_2)$$
$$y = \sin(\theta_1) + \sin(\theta_1 + \theta_2) = f_y(\theta_1, \theta_2)$$



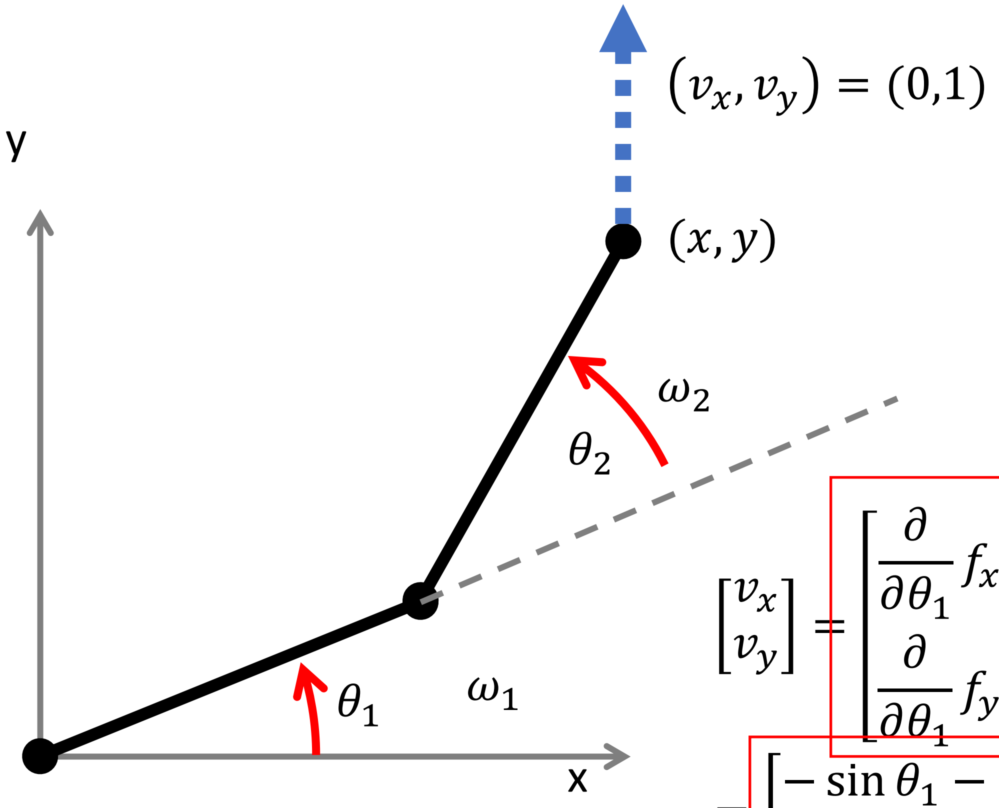
- これを**マニピュレータ・ヤコビアン**（ヤコビ行列）と呼ぶ
- その姿勢での動作の感度を表す

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta_1} f_x & \frac{\partial}{\partial \theta_2} f_x \\ \frac{\partial}{\partial \theta_1} f_y & \frac{\partial}{\partial \theta_2} f_y \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}$$
$$= \boxed{\begin{bmatrix} -\sin\theta_1 - \sin(\theta_1 + \theta_2) & -\sin(\theta_1 + \theta_2) \\ \cos\theta_1 + \cos(\theta_1 + \theta_2) & \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}$$

ヤコビ行列 ※重要

手先位置 → 関節角度

$$x = \cos(\theta_1) + \cos(\theta_1 + \theta_2) = f_x(\theta_1, \theta_2)$$
$$y = \sin(\theta_1) + \sin(\theta_1 + \theta_2) = f_y(\theta_1, \theta_2)$$



- これをマニピュレータ・ヤコビアン（ヤコビ行列）と呼ぶ
- **その姿勢での**動作の**感度**を表す

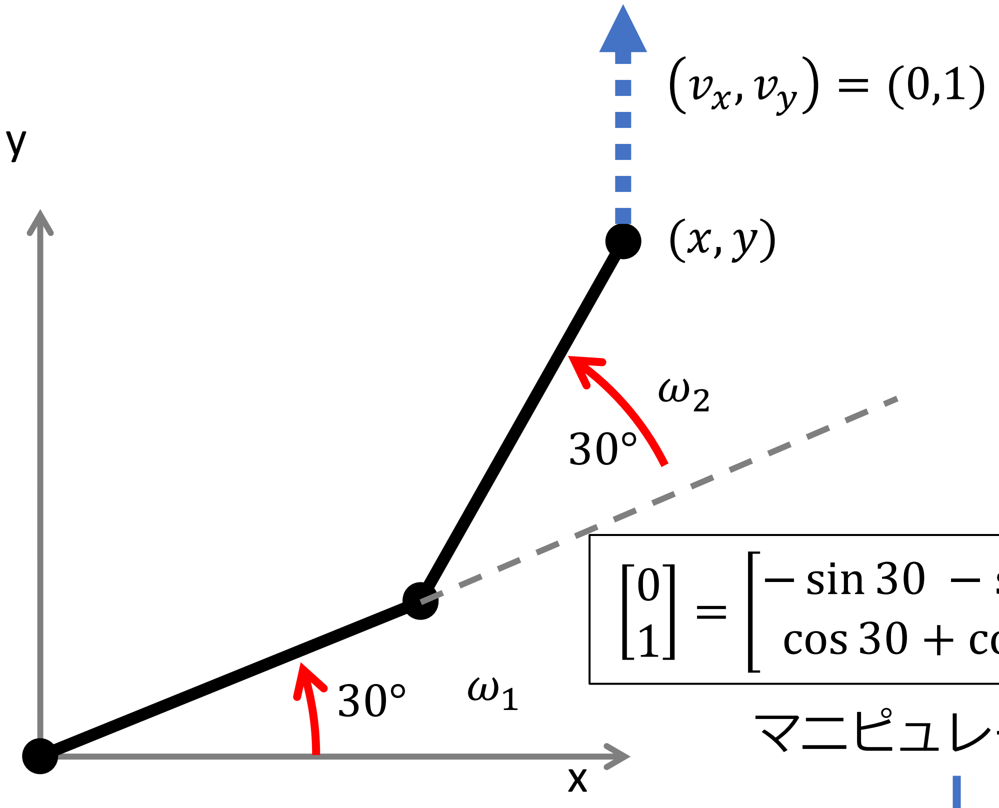
$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta_1} f_x & \frac{\partial}{\partial \theta_2} f_x \\ \frac{\partial}{\partial \theta_1} f_y & \frac{\partial}{\partial \theta_2} f_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} -\sin\theta_1 - \sin(\theta_1 + \theta_2) & -\sin(\theta_1 + \theta_2) \\ \cos\theta_1 + \cos(\theta_1 + \theta_2) & \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}$$

重要：ヤコビアンは，θが変わると値が変わる，つまり姿勢に依存して値が変わる

この例では具体的に

手先位置 → 関節角度

$$x = \cos(\theta_1) + \cos(\theta_1 + \theta_2) = f_x(\theta_1, \theta_2)$$
$$y = \sin(\theta_1) + \sin(\theta_1 + \theta_2) = f_y(\theta_1, \theta_2)$$



$$\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-\sin 30 - \sin(30+30) & -\sin(30+30)\\ \cos 30 + \cos(30+30) & \cos(30+30)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\omega_1\\ \omega_2\end{bmatrix}$$

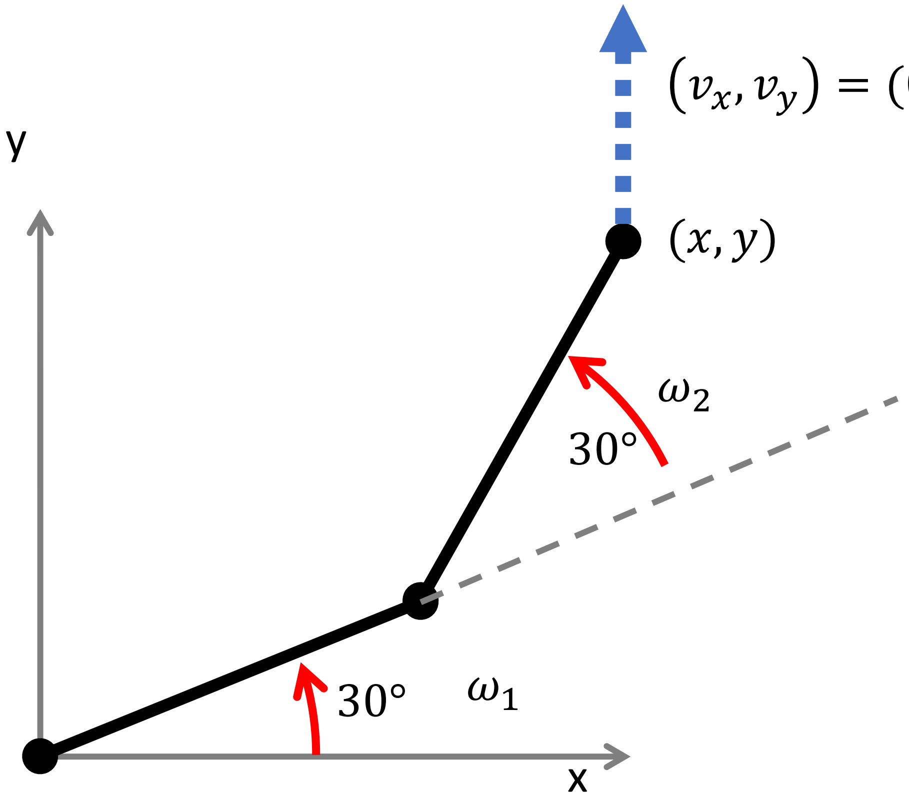
マニピュレータ・ヤコビアンは

$$\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-1.37 & -0.9\\ 1.37 & 0.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\omega_1\\ \omega_2\end{bmatrix}$$

この例では具体的に

手先位置 → 関節角度

$$x = \cos(\theta_1) + \cos(\theta_1 + \theta_2) = f_x(\theta_1, \theta_2)$$
$$y = \sin(\theta_1) + \sin(\theta_1 + \theta_2) = f_y(\theta_1, \theta_2)$$



$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.37 & -0.9 \\ 1.37 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} -1.37 & -0.9 \\ 1.37 & 0.5 \end{bmatrix}$の逆行列を作って

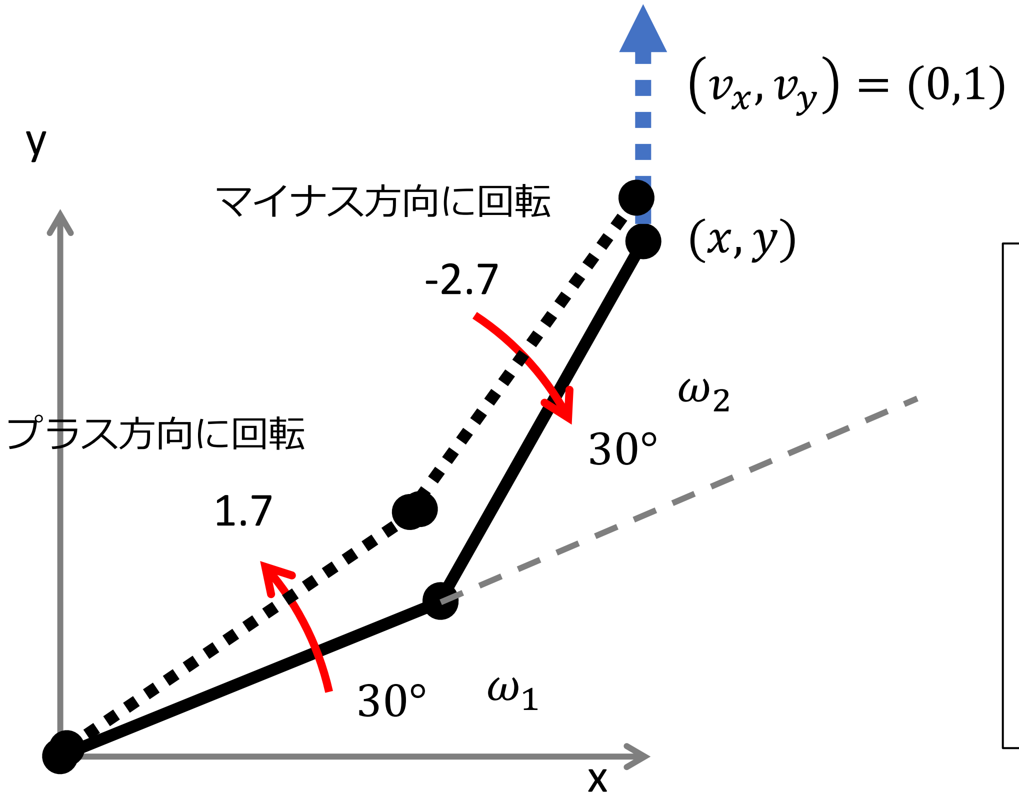
$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1.7 \\ -2.7 & -2.7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.7 \\ -2.7 \end{bmatrix}$$

逆行列を計算すれば，関節の角速度が求まる

この例では具体的に

手先位置 → 関節角度

$$x = \cos(\theta_1) + \cos(\theta_1 + \theta_2) = f_x(\theta_1, \theta_2)$$
$$y = \sin(\theta_1) + \sin(\theta_1 + \theta_2) = f_y(\theta_1, \theta_2)$$



$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.37 & -0.9 \\ 1.37 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} -1.37 & -0.9 \\ 1.37 & 0.5 \end{bmatrix}$の逆行列を作って

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1.7 \\ -2.7 & -2.7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.7 \\ -2.7 \end{bmatrix}$$