

ロボットの科学技術 (遠隔配信版)

特異点を見つける

担当：三上貞芳

研究棟607室, s_mikami@fun.ac.jp

授業サイト<http://hope.c.fun.ac.jp/>

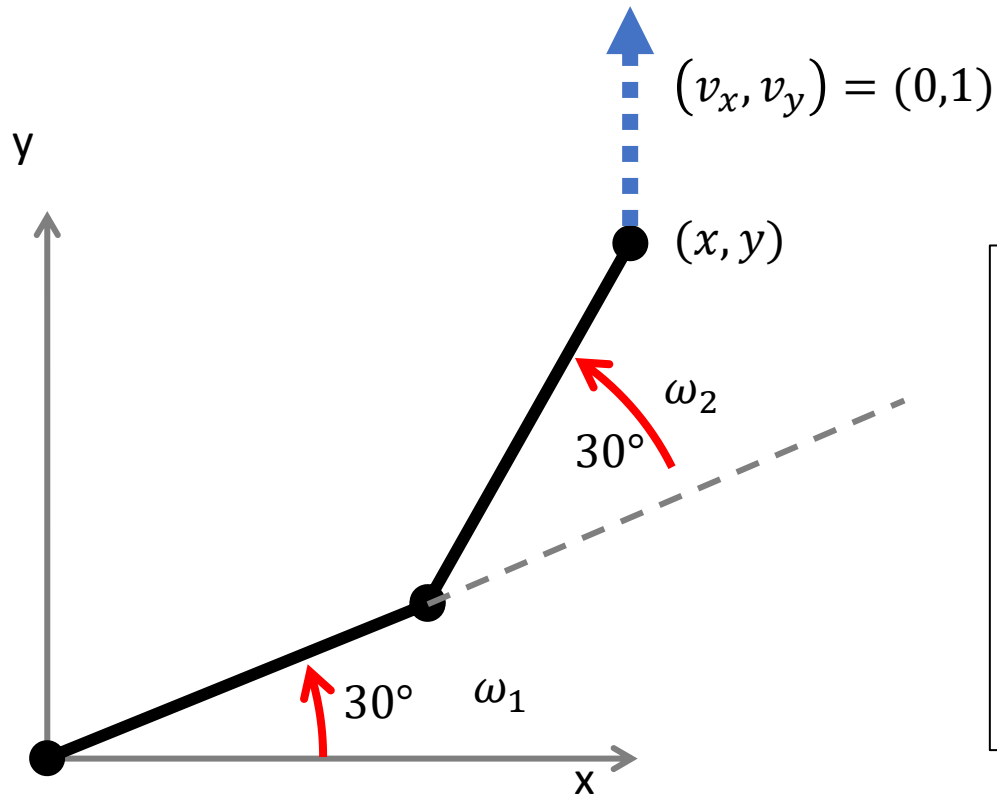


ハンド速度から関節角速度を求めた例

手先位置 \rightarrow 関節角度

$$x = \cos(\theta_1) + \cos(\theta_1 + \theta_2) = f_x(\theta_1, \theta_2)$$

$$y = \sin(\theta_1) + \sin(\theta_1 + \theta_2) = f_y(\theta_1, \theta_2)$$



$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.37 & -0.9 \\ 1.37 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} -1.37 & -0.9 \\ 1.37 & 0.5 \end{bmatrix}$ の逆行列を作って

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1.7 \\ -2.7 & -2.7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.7 \\ -2.7 \end{bmatrix}$$

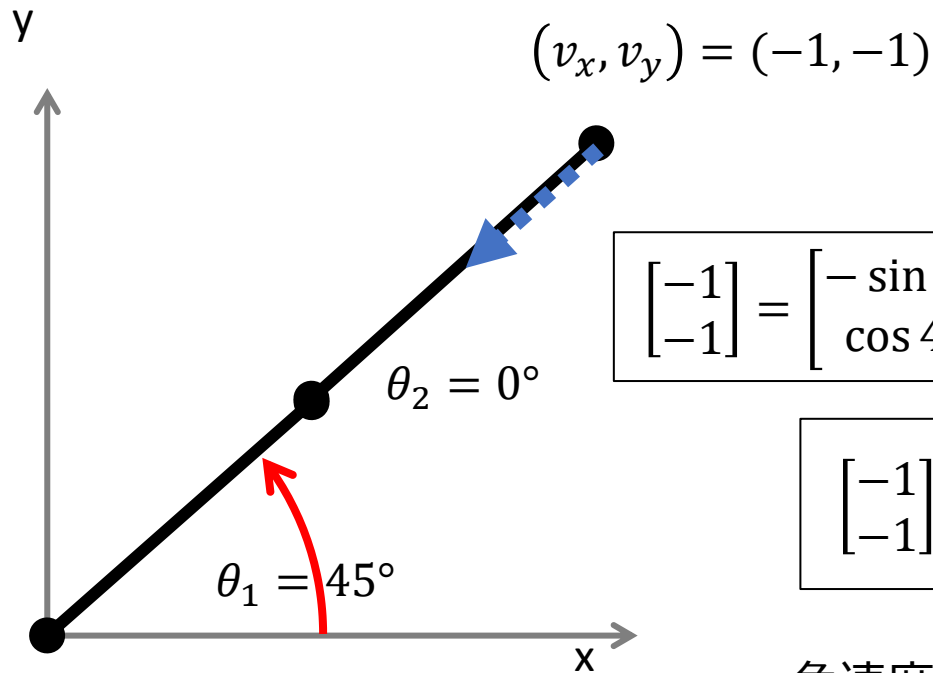
逆行列を計算すれば、**関節の角速度**が求まる

ではこの例では...

手先位置 \rightarrow 関節角度

$$x = \cos(\theta_1) + \cos(\theta_1 + \theta_2) = f_x(\theta_1, \theta_2)$$

$$y = \sin(\theta_1) + \sin(\theta_1 + \theta_2) = f_y(\theta_1, \theta_2)$$



$$\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin 45 & -\sin(45) & -\sin(45) \\ \cos 45 + \cos(45) & \cos(45) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}$$

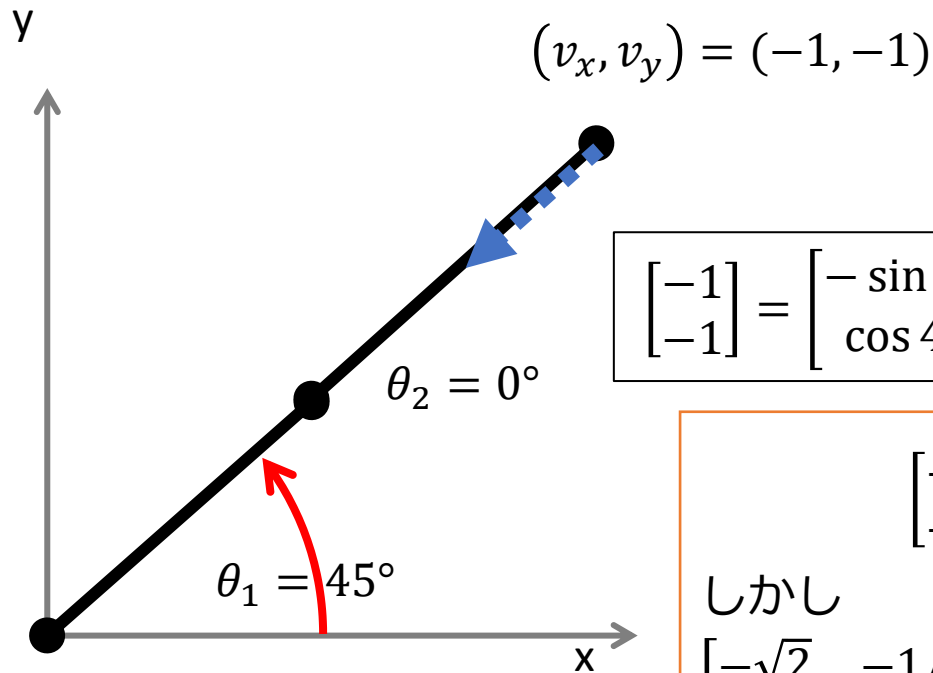
角速度 ω を求めるには, マニピュレータヤコビアン of 逆行列を作る

ではこの例では

手先位置 \rightarrow 関節角度

$$x = \cos(\theta_1) + \cos(\theta_1 + \theta_2) = f_x(\theta_1, \theta_2)$$

$$y = \sin(\theta_1) + \sin(\theta_1 + \theta_2) = f_y(\theta_1, \theta_2)$$



$$\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin 45 & -\sin(45) & -\sin(45) \\ \cos 45 + \cos(45) & \cos(45) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}$$

しかし

$\begin{bmatrix} -\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$ の逆行列は求まらないので、

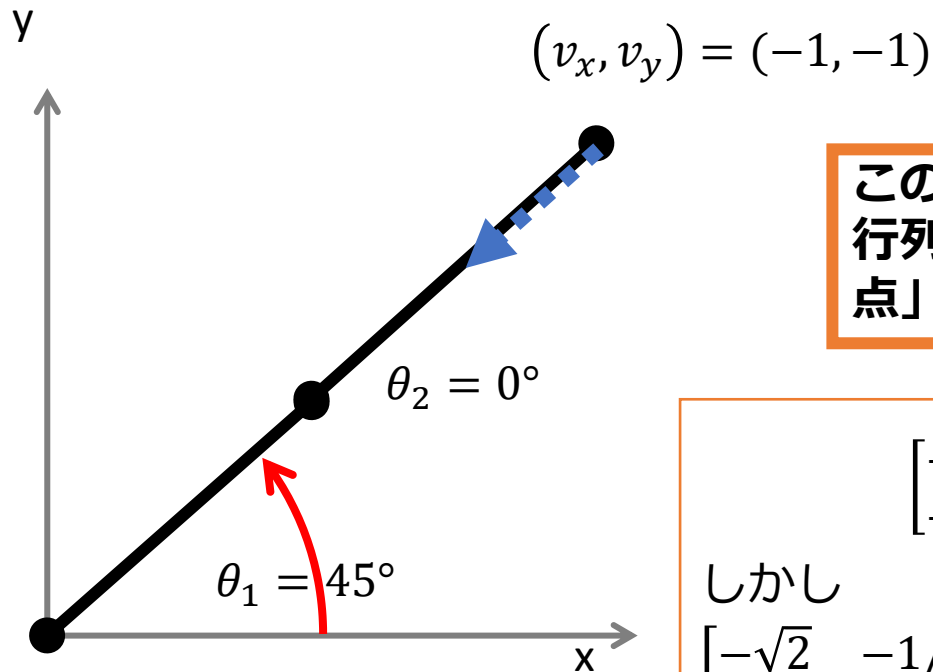
ω_1, ω_2 は求められない = 動かすことができない

ではこの例では

手先位置 \rightarrow 関節角度

$$x = \cos(\theta_1) + \cos(\theta_1 + \theta_2) = f_x(\theta_1, \theta_2)$$

$$y = \sin(\theta_1) + \sin(\theta_1 + \theta_2) = f_y(\theta_1, \theta_2)$$



このような姿勢（ヤコビ行列の逆行列が求められない）を「特異点」と呼ぶ

$$\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}$$

しかし

$\begin{bmatrix} -\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$ の逆行列は求まらないので、 ω_1, ω_2 は求められない = 動かすことができない

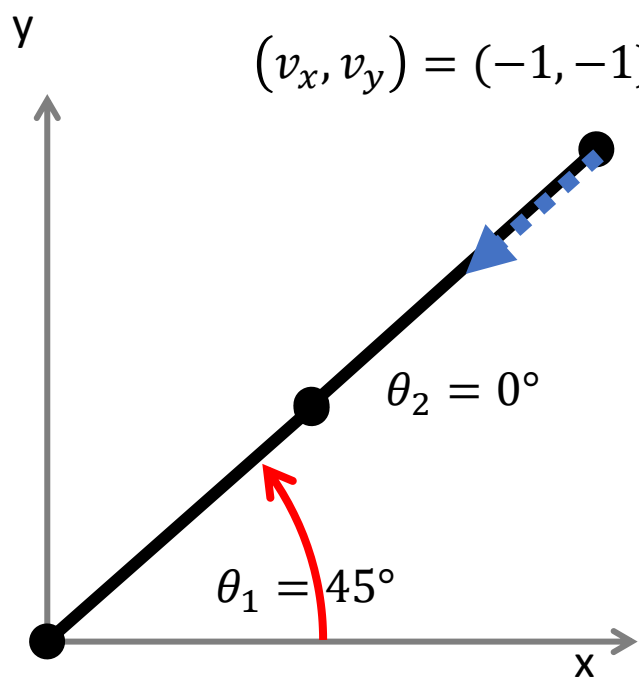
(いよいよ) 暴走の恐怖

特異点の近くで作業させると
ヤコビ行列が

$$J = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

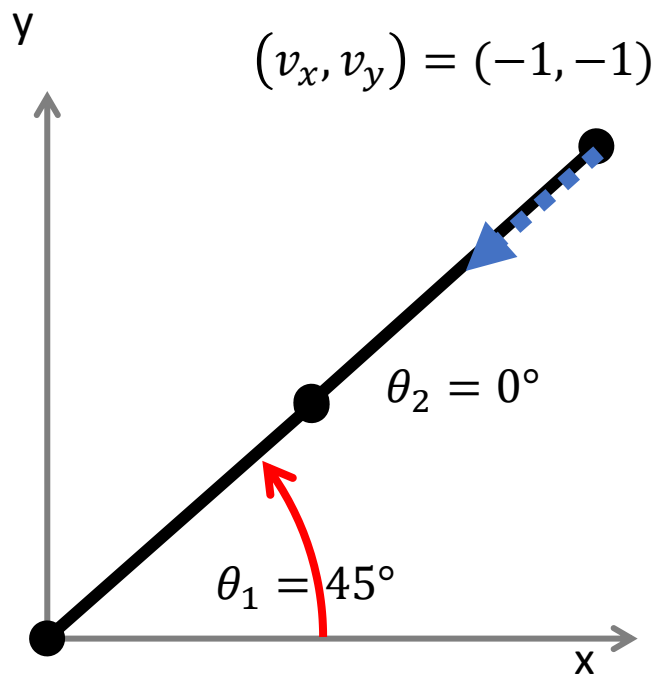
より, ちょっと誤差を含んで

$$J = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 1.00001 \end{bmatrix} \text{ になったとする}$$



(いよいよ) 暴走の恐怖

特異点の近くで作業させると
ヤコビ行列が



$$J = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

より, ちょっと誤差を含んで

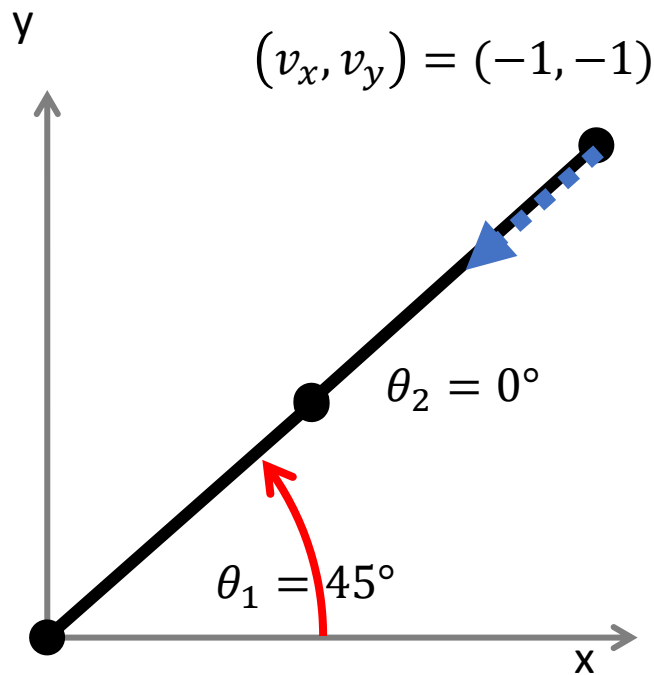
$$J = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 1.00001 \end{bmatrix} \text{ になったとする}$$

この場合は逆行列が計算できてしまい,

$$J^{-1} = \begin{bmatrix} -50000.5 & -50000 \\ 100000 & 100000 \end{bmatrix}$$

(いよいよ) 暴走の恐怖

特異点の近くで作業させると
ヤコビ行列が



$$J = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

より, ちょっと誤差を含んで

$$J = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 1.00001 \end{bmatrix} \text{ になったとする}$$

この場合は逆行列が計算できてしまい,

$$J^{-1} = \begin{bmatrix} -50000.5 & -50000 \\ 100000 & 100000 \end{bmatrix}$$

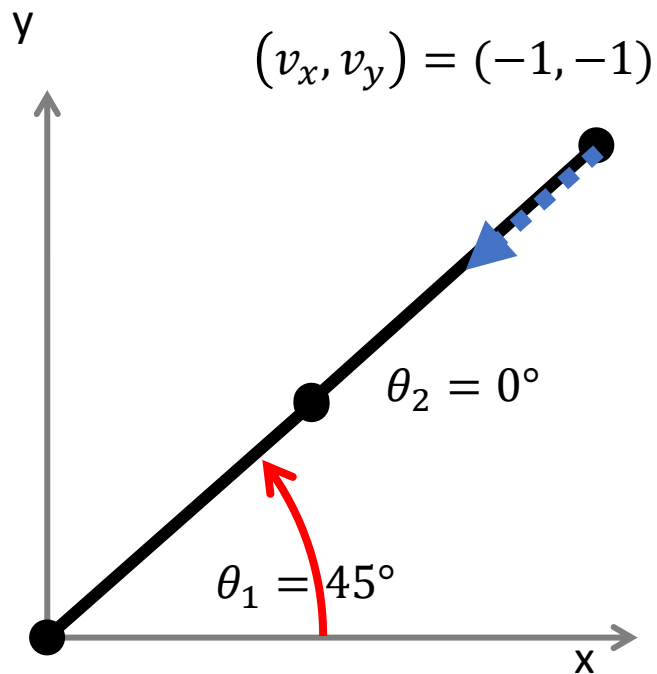
$$\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

と計算すると...

(いよいよ) 暴走の恐怖

特異点の近くで作業させると
ヤコビ行列が



$$J = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

より, ちょっと誤差を含んで

$$J = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 1.00001 \end{bmatrix} \text{ になったとする}$$

この場合は逆行列が計算できてしまい,

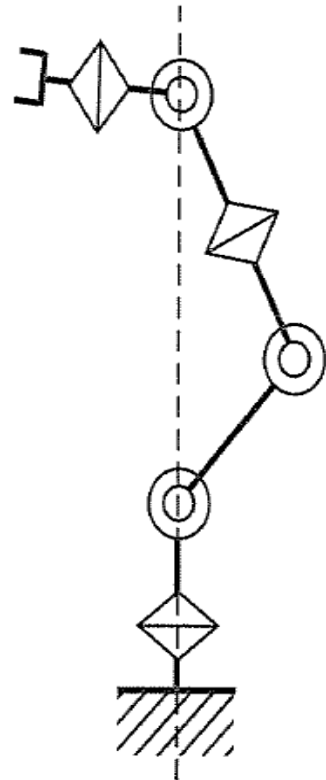
$$J^{-1} = \begin{bmatrix} -50000.5 & -50000 \\ 100000 & 100000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100000 \\ -200000 \end{bmatrix}$$

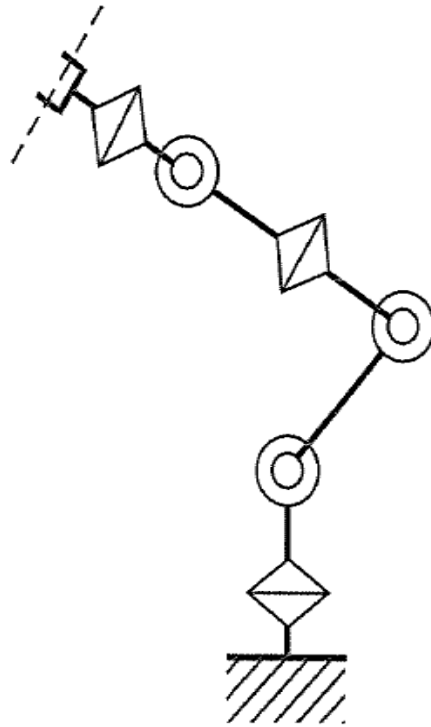


と, 2つの関節は**全速力で回転**を始める

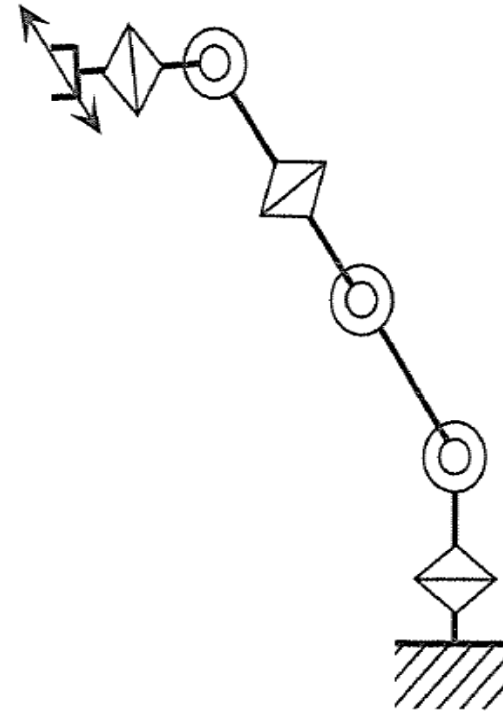
マニピュレータを「作業空間で」動かす際には、特異点の周りを避けて動かすことが必要



(a) 手先を紙面法線方向に平行移動させることができない



(b) 手先を点線軸回りにその場で回転させることができない



(c) 手先を矢印方向に平行移動させることができない

典型的な特異点の例